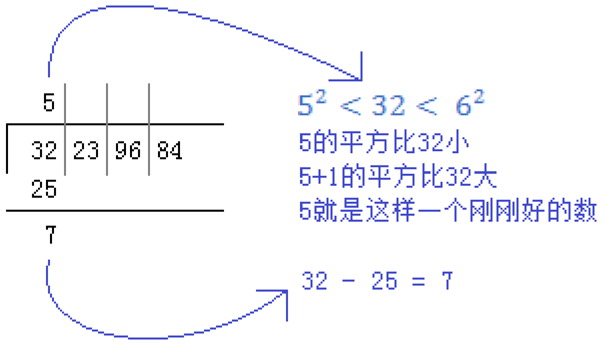
手算开方原理

2015-11-10

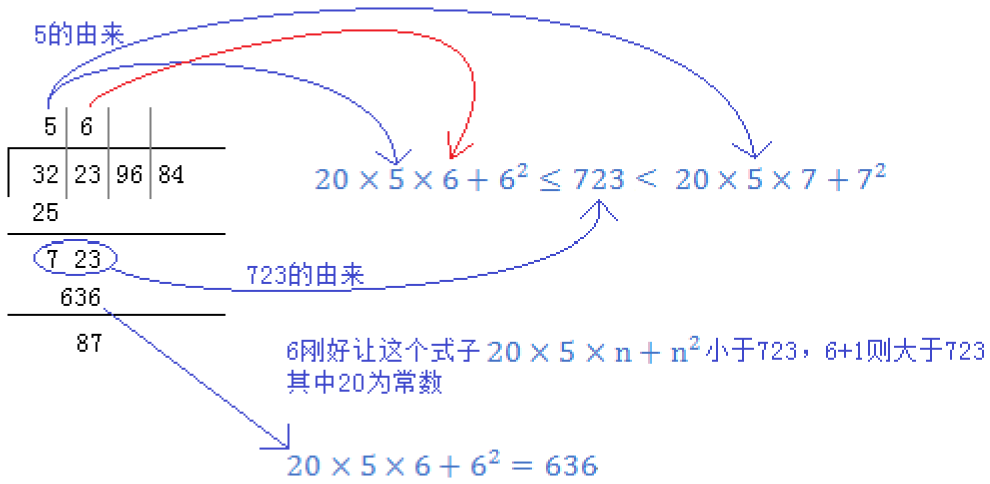
例 1

求$\sqrt{32239684}$

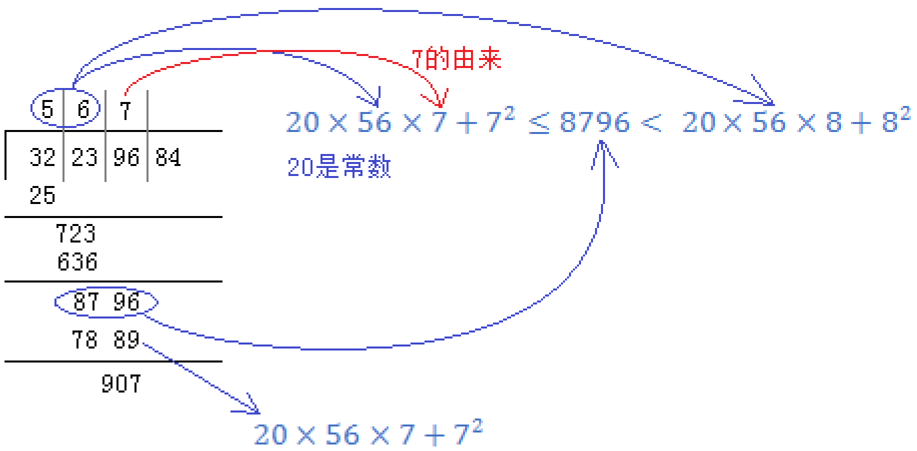
第一步：两位一节，求最高位：



第二步：求次高位



第三步：求下一位



第四步：求最后一位

```
   5   6   7   8
  ----------------
 | 32  23  96  84
   25
  ----------------
      723
      636
  ----------------
        8796
        7889
  ----------------
          907 84
          907 84
  ----------------
               0
```

$20\times 567\times 8+8^2 \le 90784 < 20\times 567\times 9+9^2$

20是常数

凑这么大数的式子，需要些技巧：

$20\times 567\times n+n^2$

最后得到：

$\sqrt{32239684}=5678$

例 2

求$\sqrt{133225}$

第一步：

```
   3
  -------------
 | 13  32  25
   9
  -------------
   4
```

找到n满足下式：

$n^2 \le 13 < (n+1)^2$

它为3

第二步：

```
   3   6
  -------------
 | 13  32  25
   9
  -------------
   4  32
   3  96
  -------------
      36
```

找到n它满足：

$20\times 3\times n+n^2 \le 432 < 20\times 3\times(n+1)+(n+1)^2$

最后得到n = 6

第三步：

```
   3   6   5
  -------------
 | 13  32  25
   9
  -------------
   4  32
   3  96
  -------------
      36  25
      36  25
  -------------
           0
```

找到n满足：

$20\times 36\times n+n^2 \le 3625 < 20\times 36\times(n+1)+(n+1)^2$

最后得到n = 5

原理

给定一个数 m = 5678，有一个越来越像它的过程：

5000
5600
5670
5678

由于不知道 32239684 是谁的平方，但是容易知道：

$$5000^2 < 32239684 < 6000^2$$

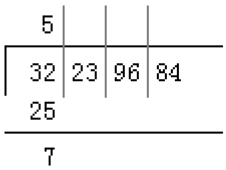
平方以后，一个 0 能让最高位像向左推动 2 步：

32239684
25000000 ⟵ 5000^2

这就是为什么要把 32239684 每两位一个分割：32’23’96’84

$$\begin{array}{r} 32239684 \\ -\ 25000000 \\ \hline 7239684 \end{array}$$

类比



接着寻找下一位 5n00 这个数能够满足，后面是一系列变形和常数 20：

$$[(5\times10+n)\times100]^2 \le 32239684 < [(5\times10+n+1)\times100]^2$$

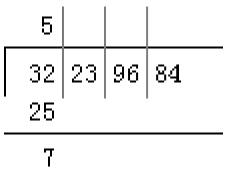
$$(5\times10+n)^2\times10000 \le 32239684 < (5\times10+n+1)^2\times10000$$

$$(5\times\color{red}{20}\times n+n^2)\times10000 \le 32239684-5000^2 < [5\times\color{red}{20}\times(n+1)+(n+1)^2]\times10000$$

这里是个关键：

$$(5\times20\times n+n^2)\times10000\le32239684-5000^2< [5\times20\times(n+1)+(n+1)^2]\times10000$$

第一步已经做了这个工作

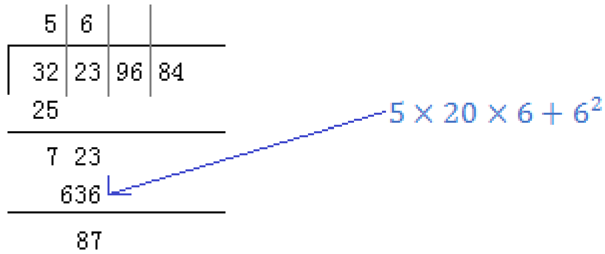


这样就得到了：

$$(5\times20\times n+n^2)\times\underline{10000}\le\underline{723}9684<[5\times20\times(n+1)+(n+1)^2]\times10000$$

这4个0让 $5\times20+n^2$ 与723对齐，
只要与它做比较就可以。

也就是：



后面就是反复的重复这个过程。

如果感兴趣可以加群 ： 495438656