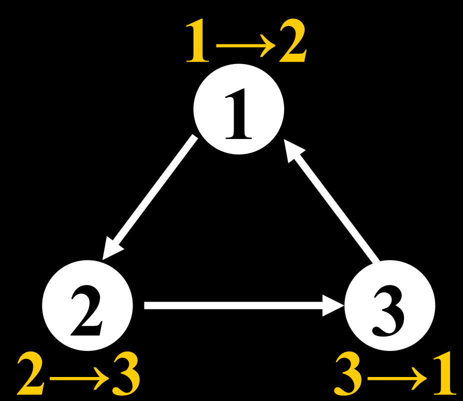
POI0110 跳舞蝇

广西柳铁一中　黄芸

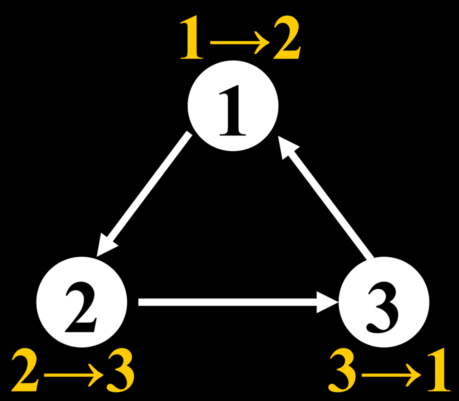
题目

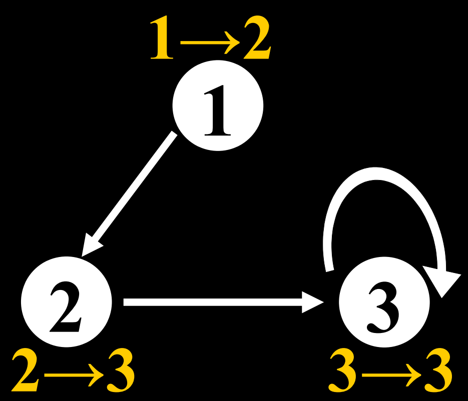
有一种奇妙的跳舞蝇。它们表演跳舞时，人们会先在桌上放 n 枚硬币。硬币从 1 至 n 编号。每枚硬币旁边都有一行题字：i→j，i 是这枚硬币的编号，j 是站在硬币 i 上的舞蝇下一步应该飞往的硬币编号。人们在每个硬币上放一只舞蝇，然后舞蝇就按照题字开始跳舞。

可见，硬币的题字确定了跳舞蝇的表演。然而，对硬币不同的设置也可能导致相同的表演，只要适当调整硬币。



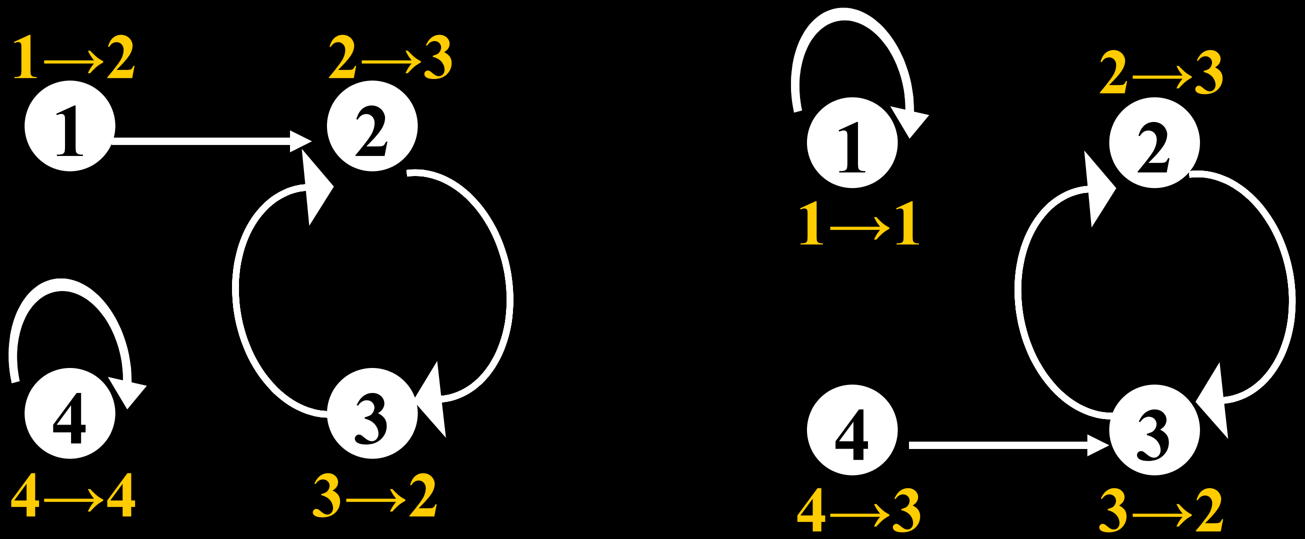
例一





表演不相同

例二



表演相同

任务　　请编写一个程序

- 对给出的两组硬币设置，验证是否能适当调整硬币，使跳舞蝇给出相同的表演。

能够，　输出“T”；
不能，输出“N”。

输入输出格式

Pch . in

2 任务数 d

3 硬币数 n

2 3 1

2 3 3

4 硬币数 n

2 3 2 4

1 3 2 3

Pch . out

N 表演不相同

T 表演相同

数据规模

1<=d<=100　　　1<=n<=2000

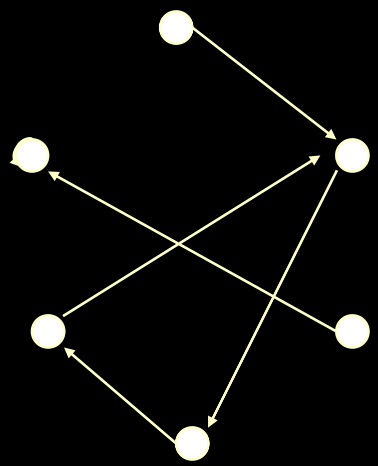
题意的抽象：

I. N 枚硬币；

II. 硬币的题字：i→j；

III. 硬币的设置决定表演；

IV. 表演是否相同。



判断两个图是否同构。

同构

1) 定义： 图 G1 和 G2，它们的顶点集和边集之间都分别建立了一一对应的关系，并且 G1 的两顶点间的边对应 G2 对应顶点间的边，则称图 G1 和 G2 互为同构。

2) 方法：
- 枚举顶点集的对应关系；判断当前关系下的各条边是否一一对应。
- 时间复杂度为 0 （ n ！ ）。

对本题 n ＜＝ 2000 ，该方法不可行。

同构

- “同”： 相同，本质相同
  判断数字矩阵的本质是否相同
  - 定义大小关系；
  - 求出本质相同的最小表示；
  - 比较最小表示。

最小表示

$\begin{matrix}0&0\\1&1\end{matrix}$ $\begin{matrix}0&1\\0&1\end{matrix}$ $\begin{matrix}1&0\\1&0\end{matrix}$ $\begin{matrix}1&1\\0&0\end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\begin{matrix}0&0\\1&1\end{matrix}$

0011 0101 1010 1100 0011

- “构”：图的构成
  研究本题所指的图的特殊性，期望能应用最小表示的思想。

图的特殊性

a.　点的出度均为 1 。

b.　点的类别：

a)．圈上的点；

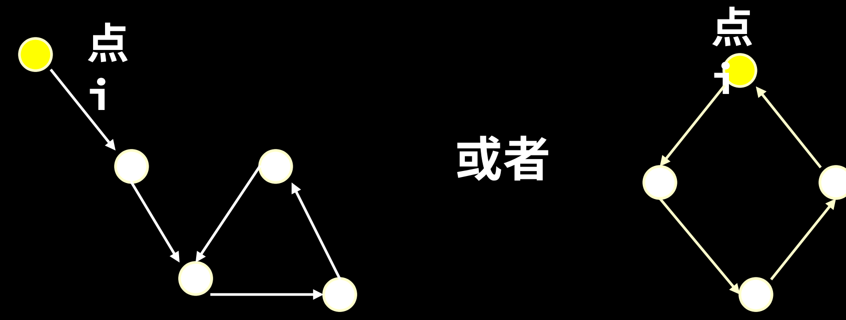
b)．圈外的点，

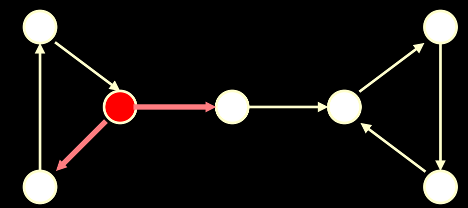
构成树形，与圈相连。

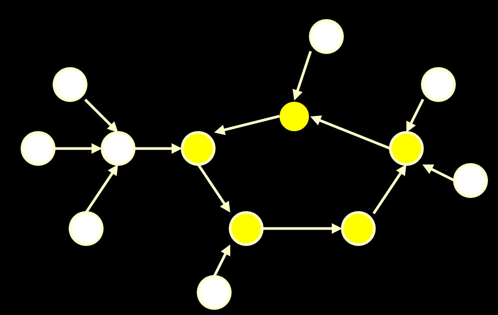
c.　圈与圈之间无边相连．

证明：若两圈相连，则必有一点出度为 2(如图)，与题意矛盾。

d.　这种图由若干个之间无边相连的子图组成，每个子图都是把若干棵树的根结点串成一个圈而构成的。







算法的框架

图 ——→ 子图 ——→ 树

根据图的构成，从小做起，从简单到复杂：

1. 判断树的同构；
2. 判断子图的同构；
3. 判断整个图的同构。

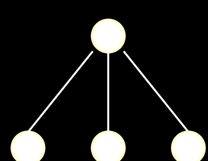
一．判断树的同构

1．定义树的大小：

a. 若树 A 根结点的度数〉树 B 根结点的度数，
则树 A〉树 B；

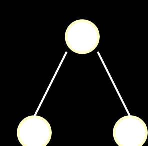
b. 若树 A 根结点的度数〈树 B 根结点的度数，
则树 A〈树 B ；

c. 若树 A 根结点的度数＝树 B 根结点的度数，
则依次讨论 A 与 B 的子树，拥有较大子树的树较大
若当前子树相等，则讨论 A 与 B 的下一棵子树。

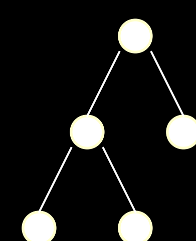


(a)

>

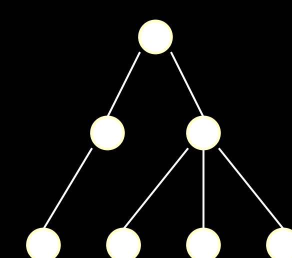


(b)



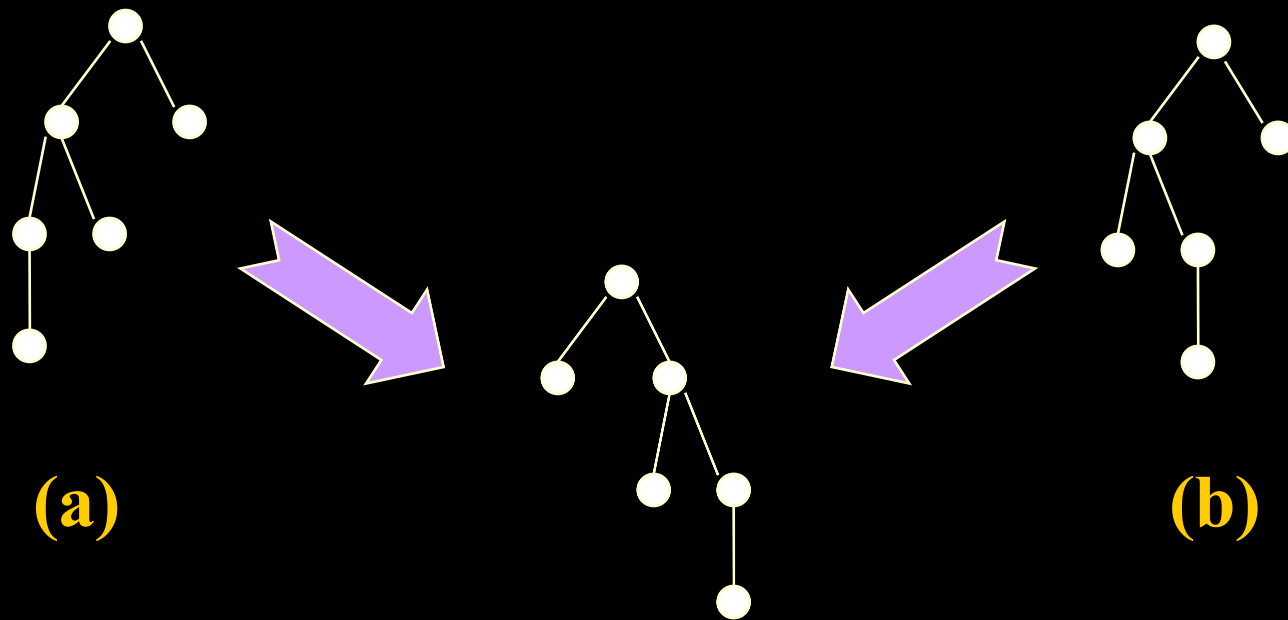
(a)

>



(b)

2．本质相同的树具有共同的最小表示



3．判断树 A 与树 B 是否同构：

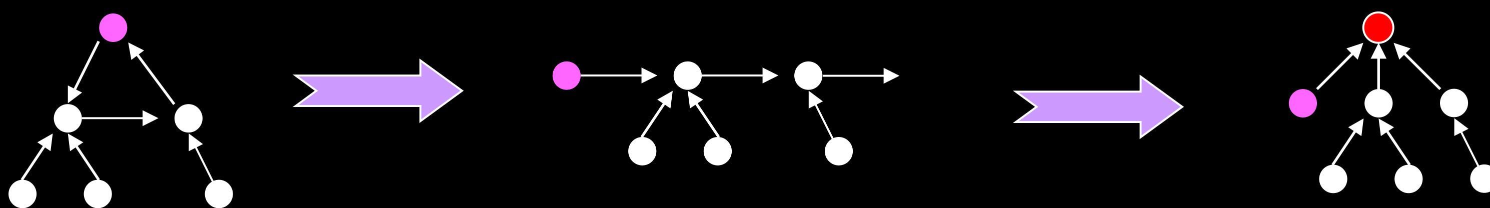
- 分别求出树 A 与树 B 的最小表示　A’ 和 B’
  - 若　A’ ＝ B’，则树 A 与树 B 互为同构

；

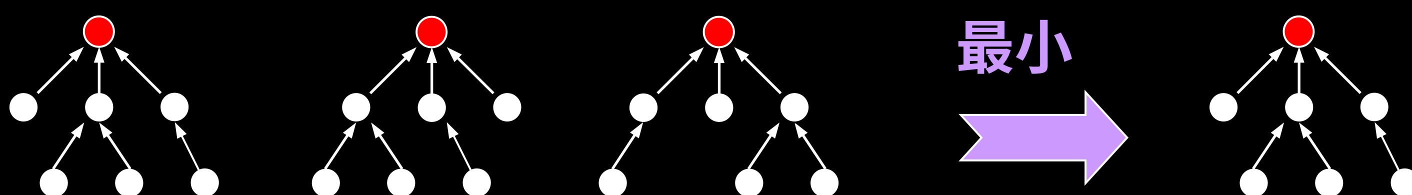
反之，没有同构关系。

二．判断子图的同构

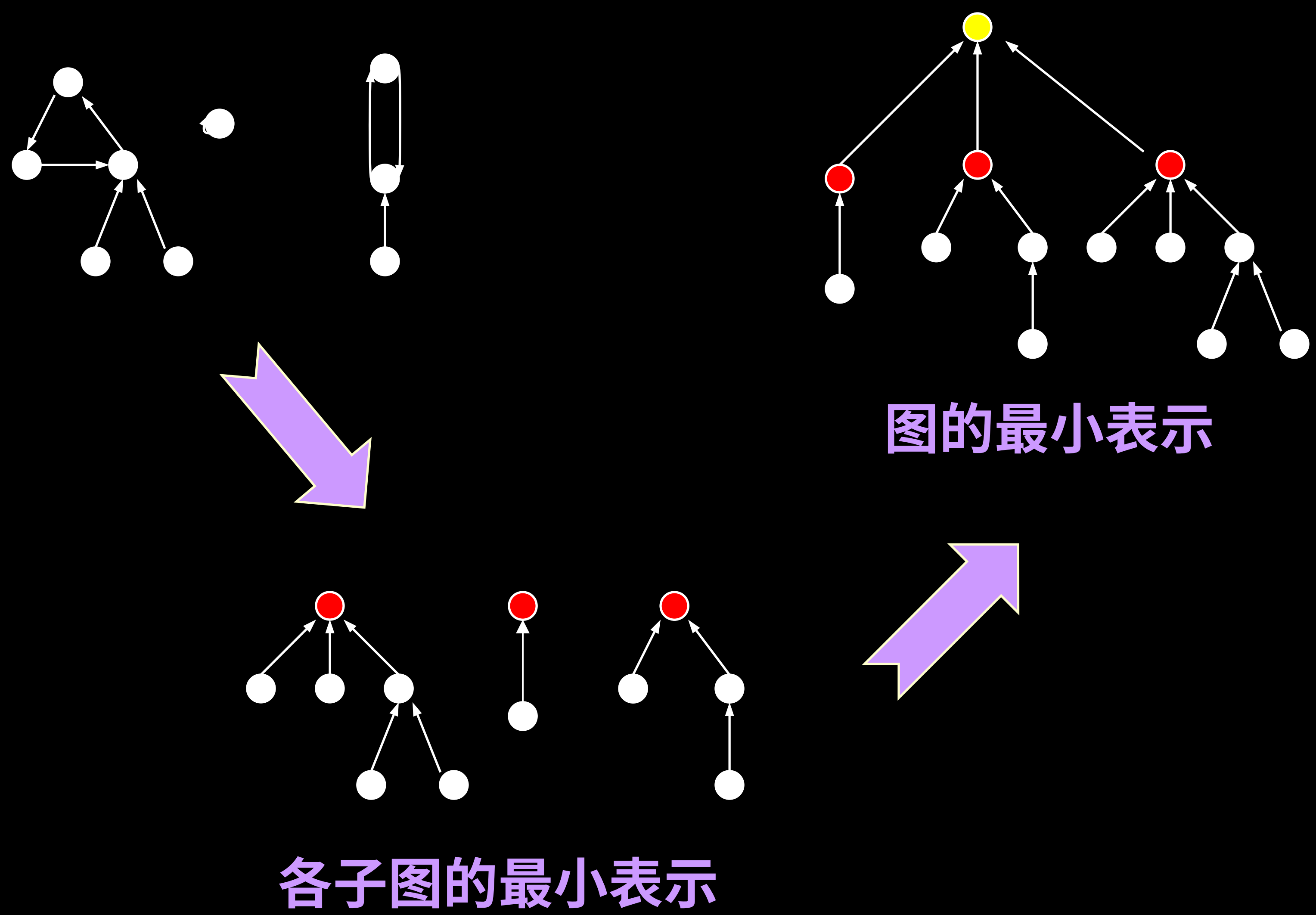
- 把所有的树均化为其最小表示；
- 把圈断开， 把子图化为一棵树；



- 求出子图的最小表示;
- 若两子图最小表示相等，则它们互为同构.



三．判断图的同构



归纳

- 对图的处理：
    1. 把图分为若干子图；
    2. 把子图分为若干棵树.
- 主过程
    1. 求树的最小表示
       求子树的最小表示，对子树排序.
    2. 求子图的最小表示
       断圈，化成树，求最小.
    3. 求图的最小表示
       给子图排序，合并成一棵树.
- 比较两图的最小表示， 判断是否同构.

贯穿整个算法的线索

最小表示

算法的性能分析

空间复杂度： O(n)

时间复杂度： 约为 $O(n^3)$ 。
但受到子图个数，各子图规模的影响，远远达不到 $O(n^3)$ 。

总结

- 触类旁通
- 善于分化问题
- 把握问题的特殊性

谢 谢 ！