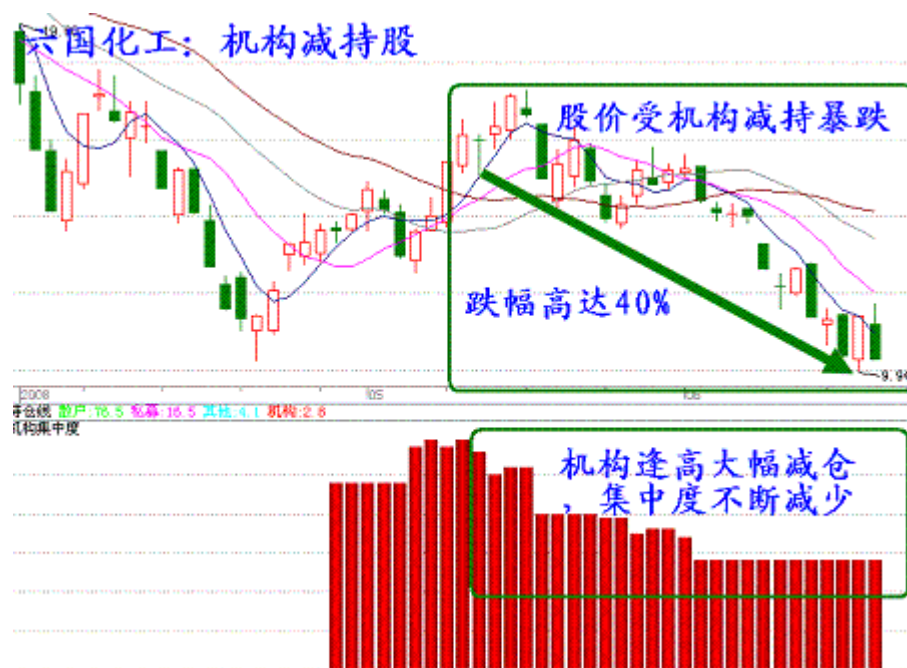





浅谈估价函数在信息学 竞赛中的应用

浙江省绍兴一中 周而进

估价函数在状态空间庞大，状态转移费时的问题求解中有重要的应用。估价函数是将状态在未来求解中的优劣映射到一个具体数值的一种评估。






1 估价函数在搜索中的应用

1.1 在一类最优性问题中的应用

1.2 在一类可行性问题中的应用

2 估价函数在优化动规方面的应用

3 估价函数在较优解求解中的应用



1 估价函数在搜索中的应用

1.1 在一类最优性问题中的应用

1.2 在一类可行性问题中的应用

2 估价函数在优化动规方面的应用

3 估价函数在较优解求解中的应用



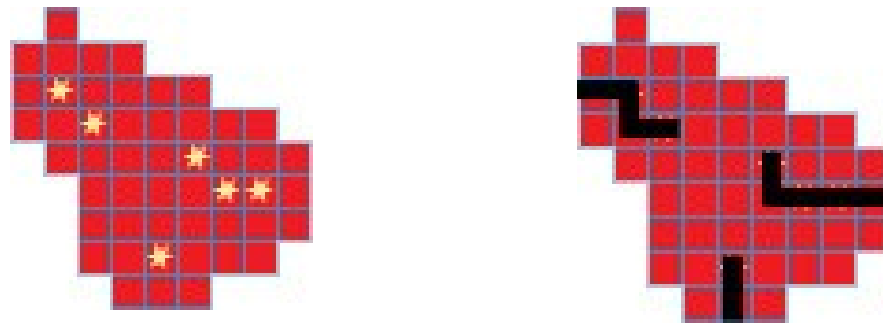
估价函数在搜索中的应用

在一类最优性问题中的应用

Uva 10605 - Mines For Diamonds

给定一个 $n*m$ 钻石矿区，你需要挖一些地道将所有的钻石挖出来，一条地道是一条从边境出发的折线，途中覆盖的钻石都算采到，两条折线不能相交，但可以相邻，求最小的地道总长度

保证 $n, m \leq 11$, 钻石个数 $k \leq 10$



分析

n, m 很小

钻石个数也很少

直接暴力搜索?

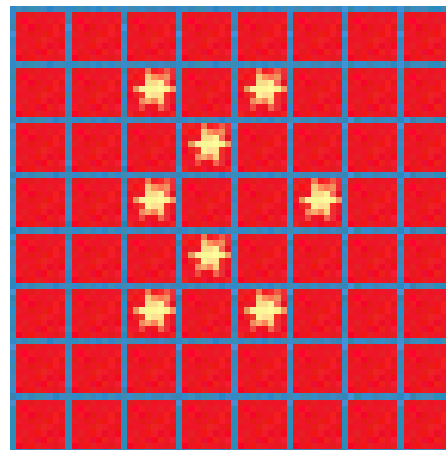
分析

n, m 很小

钻石个数也很少

直接暴力搜索?

看一个数据:



分析

深度	节点数	深度	节点数
1	9	10	702437
2	41	11	2191682
3	145	12	6705638
4	515	13	20066463
5	1776	14	58721500
6	6120	15	167773977
7	20511	16	467536220
8	67935	17	120043037
9	220273		

分析

深度	节点数	深度	节点数
1	9	10	702437
2	41	11	2191682
3	145	12	6705638
4	515	13	20066463
5	1776	14	58721500
6	6120	15	167773977
7	20511	16	467536220
8	67935	17	120043037
9	220273		



分析

优化势在必行

分析

优化势在必行

估价函数

分析

n	是搜索中遇到的任意状态
$g(n)$	起始状态到 n 的代价
$h(n)$	n 到目标状态代价的估价
$h^*(n)$	n 到目标状态实际代价
$h(n) \leq h^*(n)$	

分析

n	是搜索中遇到的任意状态
$g(n)$	起始状态到 n 的代价
$h(n)$	n 到目标状态代价的估价
$h^*(n)$	n 到目标状态实际代价
$h(n) \leq h^*(n)$	

$$g(n) + h(n) \geq ans$$

剪枝!

分析

主要限制：两条地道不能相交！

忽略？

分析

主要限制：两条地道不能相交！

忽略？

给定一个点集，将他们划分成一些子集，每个子集的点通过一条链相连，要求总和最小。

分析

动态规划！

令 $f(s)$ 表示点集 s 的最优解，则有：

$$f(s) = \min\{f(s-t) + w(t), t \subset s\}$$

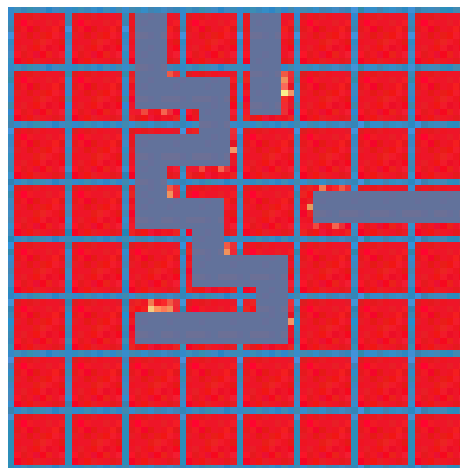
$w(t)$ 表示将点集 t 用一条链连起来的最小费用：

$$w(t) = \min\{w(t-k) + \text{dist}(t-k, k), k \in t\}$$

分析

$$f(s) \implies h(s)$$

满足 $f(s) \leq h^*(s)$



分析

深度	节点数	深度	节点数
1	0	10	0
2	0	11	0
3	0	12	0
4	0	13	0
5	0	14	0
6	0	15	2112
7	0	16	43342
8	0	17	16733
9	0		

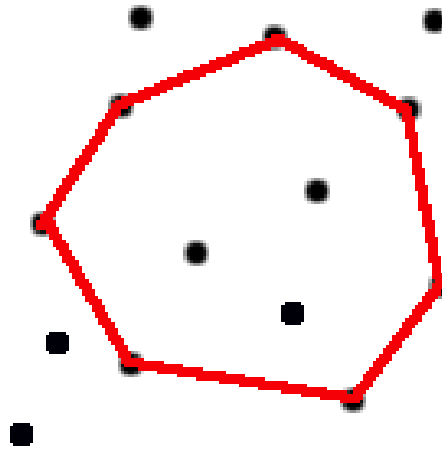


估价函数

在优化一类动规方面的应用

USACO DEC08 GOLD Largest Fence

Farmer John 有 n ($5 \leq n \leq 250$) 个栅栏点，
他需要围成一个栅栏圈，这个圈是一个凸包并
且凸包上的点最多。



分析

朴素的动规:

枚举最终答案中凸包的最左端点

极角排序

$f(i, j)$ 表示目前围成的“凸包”

末两个点是 i, j

$$f(i, j) = \max\{f(j, k) + 1\}$$

分析

$$O(N^4)$$

TLE -_-!!!

分析

优势：短小，易写不易错

劣势：状态数目过多

状态转移费时

分析

优势：短小，易写不易错

劣势：状态数目过多

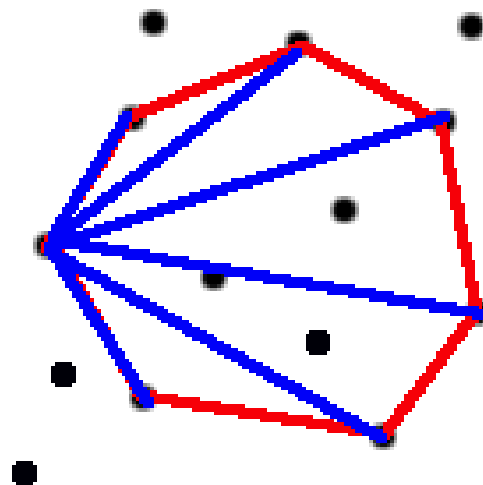
状态转移费时

估价函数

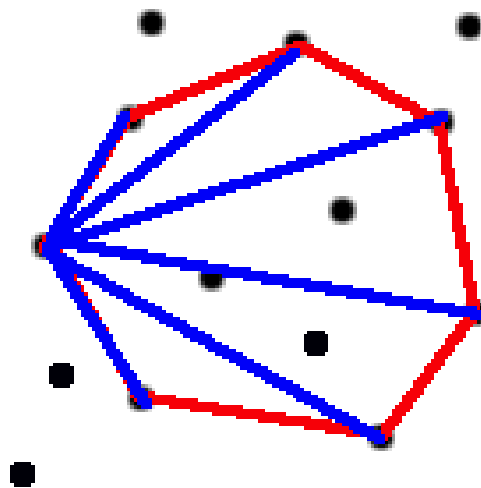
分析

优化一

单峰型



分析



$$\mathit{down}(i) = \max \{ \mathit{down}(j) + 1 \}, j > i, \mathit{dist}(j) < \mathit{dist}(i)$$

$$\mathit{up}(i) = \max \{ \max \{ \mathit{up}(j) + 1 \}, \mathit{down}(i) \}, \\ j > i, \mathit{dist}(j) > \mathit{dist}(i)$$

$$\mathit{h}(i, j) = \mathit{up}(j)$$

分析

优化二

估价函数 \implies 状态的比较

分析

优化二

估价函数 \implies 状态的比较

子节点排序

分析

优化二

估价函数 \implies 状态的比较

子节点排序 加大剪枝力度

分析

优化二

估价函数 \implies 状态的比较

子节点排序 加大剪枝力度

提高效率！

总结

通过发现问题特性，减少约束条件构造估价函数

通过估价函数，评估状态的优劣

减少无用状态个数

减少无效状态转移

大大提高程序效率

总结

通过发现问题特性，减少约束条件构造估价函数

通过估价函数，评估状态的优劣

减少无用状态个数

减少无效状态转移

大大提高程序效率

局限性：

一类逐步求精问题

最优性与时空效率的平衡



谢 谢！

评估函数 $f(n) = g(n) + h(n)$

n 是搜索中遇到的任意状态

$g(n)$ 是起始状态到 n 的代价

$h(n)$ 是对 n 到目标状态代价的启发式估价

最佳优先搜索 \implies A 算法

评估函数满足 $h(n) \leq n$ 到目标的最短路代价

A* 算法

单调性

1) 对于所有状态 ni, nj, nj 是 ni 的后继, 满足

$$h(ni) - h(nj) \leq cost(ni, nj)$$

2) 目标状态的启发值为 0

$$h(Goal) = 0$$